

Nom : .....

Prénom : .....

**Exercice 1 :****4 points**

- 1°) Donner l'ensemble des diviseurs de 78 : .....
- 2°) Donner l'ensemble des diviseurs de 117 : .....
- 3°) En déduire le PGCD de 78 et 117 : .....

Pour vérifier ce résultat, on se propose d'utiliser l'algorithme d'Euclide.

- 4°) Compléter le tableau de l'algorithme et écrire les égalités correspondantes.

117	78	....
...	...	...

PGCD (117 ; 78)  
 = PGCD (..... ; .....)  
 = .....

**Exercice 2 :****2 points**

- 1°) Justifier que la fraction  $\frac{23}{17}$  est irréductible par la méthode de votre choix.
- 2°) Donner une écriture irréductible de la fraction  $\frac{66}{78}$ . Justifier.

**Exercice 3 :****8 points**

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$A = \frac{5}{2} + \frac{5}{6} - \frac{4}{15} + \frac{3}{20}$$

$$B = \frac{9}{10} - \frac{11}{6} \times \frac{9}{7}$$

$$C = \frac{2}{5} \div \frac{7}{8} + \frac{10}{21}$$

$$D = \left(7 + \frac{1}{3}\right) \times \left(3 - \frac{1}{2}\right)$$

**Exercice 4 :****6 points**

Pour le 1<sup>er</sup> mai, Noémie dispose de 1 404 brins de muguet et de 252 roses.

Elle veut faire le plus grand nombre de bouquets identiques en utilisant toutes ses fleurs.

- 1°) Déterminer combien de bouquets Noémie doit composer. Justifier.
- 2°) Déterminer la composition de chaque bouquet.

Finalement, Noémie trouve les bouquets trop petits. Elle veut donc faire des bouquets identiques en utilisant toutes les fleurs.

- 3°) Indiquer toutes les possibilités pour le nombre de bouquets. Justifier.

*Bonus : préciser le nombre de bouquets et leur composition dans chaque cas. Présenter que les résultats dans un tableau.*

Citation du mathématicien **John Von Neumann (1903-1957) :**

« Si les gens ne croient pas que les mathématiques sont simples, c'est parce qu'ils ne savent pas à quel point la vie est compliquée. »

## Exercice 2 :

1°) 23 n'a pas d'autres diviseurs que 1 et 23 et 17 n'a pas d'autres diviseurs que 1 et 17, donc **PGCD(23 ; 17) = 1** ce qui revient à dire que **23 et 17 sont premiers entre eux**.

2°) Il s'agit de simplifier la fraction proposée par **PGCD(84 ; 66) :**

Les diviseurs de 66 sont 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 22 ; 33 et 66 ;

ceux de 84 sont 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 7 ; 12 ; 14 ; 21 ; 28 ; 42 et 84 ; donc **PGCD(84 ; 66) = 6**.

On rédige enfin la simplification :  $\frac{66}{78} = \frac{6 \times 11}{6 \times 13} = \frac{11}{13}$

## Exercice 3 :

<p>A</p> $= \frac{5}{2} + \frac{5}{6} - \frac{4}{15} + \frac{3}{20}$ $= \frac{150 + 50 - 16 + 9}{60}$ $= \frac{193}{60}$	<p>B</p> $= \frac{9}{10} - \frac{11}{6} \times \frac{9}{7}$ $= \frac{9}{10} - \frac{33}{14}$ $= \frac{63 - 165}{70}$ $= -\frac{102}{70}$ $= -\frac{51}{35}$
<p>C</p> $= \frac{2}{5} \div \frac{7}{8} + \frac{10}{21}$ $= \frac{2}{5} \times \frac{8}{7} + \frac{10}{21}$ $= \frac{16}{35} + \frac{10}{21}$ $= \frac{48 + 50}{105}$ $= \frac{98}{105}$ $= \frac{3}{5}$	<p>D</p> $= \left(7 + \frac{1}{3}\right) \times \left(3 - \frac{1}{2}\right)$ $= \frac{21 + 1}{3} \times \frac{6 - 1}{2}$ $= \frac{22}{3} \times \frac{5}{2}$ $= \frac{55}{3}$

## Exercice 4 :

1°) Les bouquets sont identiques et il ne reste pas de fleurs donc le nombre de bouquet est un diviseur commun à 1 404 et 252. De plus Noémie veut faire le plus de bouquets possibles, donc **le nombre de bouquets est le PGCD(1 404 ; 252)**.

Déterminons ce nombre à l'aide de l'algorithme d'Euclide :

dividende	diviseur	reste
1404	252	144
252	144	108
144	108	36
108	36	0

raisonnement

$$\text{PGCD}(1404 ; 252)$$

$$= \text{PGCD}(252 ; 144)$$

$$= \text{PGCD}(144 ; 108)$$

$$= \text{PGCD}(108 ; 36)$$

$$= 36$$

Ainsi, **Noémie doit composer 36 bouquets**.

2°) **Nombre de brins de muguet par bouquet : 1 404 + 36 = 39**

**Nombre de roses par bouquet : 252 + 36 = 7**

3°) Le raisonnement de la question 1 nous permet de dire que les réponses possibles pour les nombres de bouquets sont les diviseurs communs à 1 404 et 252.

**Le cours nous dit que les diviseurs communs à deux nombres sont les diviseurs de leur PGCD ; or les diviseurs de 36 sont 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 9 ; 12 ; 18 et 36.**

Nombre de bouquets	Possibilités								
	36	18	12	9	6	4	3	2	1
Nombre de brins par bouquet	39	78	117	156	234	351	468	702	1 404
Nombre de roses par bouquet	7	14	21	28	42	63	84	126	252